 CURSUL 3

# **SISTEME DE NUMERAȚIE**

## **3.1. PREZENTAREA SISTEMELOR DE NUMERAȚIE**

Prin ***sistem de numerație*** se înțelege totalitatea regulilor de reprezentare a numerelor cu ajutorul unor simboluri numite cifre. Cifra este un simbol care reprezintă o cantitate întreagă.

Sistemele de numerație (SN) sunt de două tipuri: nepoziționale și poziționale.

Un ***sistem nepozițional***, este acela în care ponderea nu este influențată de poziția cifrei. În cadrul sistemelor nepoziționalevaloarea numărului este obținută prin însumarea cifrelor din care este compus numărul, când cifrele au aceeași valoare sau când cifrele de rang mai mic sunt plasate la dreapta cifrei de rang superior și prin scădere atunci când cele de rang inferior sunt plasate la stânga celor de rang superior. Un astfel de sistem utilizat și la noi este sistemul roman (III, IV, VI, IX, X).

Pentru un ***sistem pozițional*** ponderea unei cifre este dată atât de valoarea ei intrinsecă cât și de poziție. Datorită simplității de reprezentare și efectuarea a calculelor, în sistemele numerice se folosesc în exclusivitate sistemele poziționale, un asemenea sistem fiind caracterizat prin ***bază*** care reprezintă numărul total de simboluri permise pentru reprezentarea cifrei.

Baza sistemului de numerație satisfice condiția . Numerele pot fi reprezentate în baza  folosindu-se cifrele cuprinse în intervalul .

Denumirea unui sistem de numerație se atribuie după baza  utilizată. Sistemele de numerație poziționale, utilizate frecvent în calculatoarele electronice sunt: *binar, octal, zecimal* și *hexazecimal.* Baza și simbolurile utilizate pentru aceste sisteme sunt date în *tabelul 1.1.*.

*Tabelul 1.1.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Sistemul de numerație | Baza | Caractere permise |
| Zecimal | 10 | 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 |
| Binar | 2 | 0; 1 |
| Octal | 8 | 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7 |
| Hexazecimal | 16 | 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; A; B; C; D; E; F |

Pentru un ***număr întreg*** , reprezentarea în baza  este secvența de simboluri  care verifică următoarele condiții:

, ,  (1.1.)

 (1.2.)

Numerele reale au o reprezentare asemănătoare, însă conțin punctul fracționar (sau virgula) care separă partea întreagă de cea fracționară.

Pentru un ***număr real*** , reprezentarea în baza  este secvența de simboluri  care verifică următoarele condiții:

,  ,  (1.3.)

 (1.4.)

Întrucât cifrele au ponderi (valori, semnificații) diferite se spune că sistemele reprezentate prin relațiile (1.2.) și (1.4.) sunt ***sisteme ponderate.***

Pornind de la faptul că la baza realizării unui sistem numeric de calcul stau dispozitivele cu două stări stabile, rezultă că sistemul de numerație binar (care necesită numai două cifre, 0 și 1) este cel mai potrivit pentru prelucrarea, codificarea și transmiterea informației în aceste echipamente. Sistemele de numerație ale căror baze reprezintă puteri ale lui 2 prezintă de asemenea proprietățile sistemului binar, motiv pentru care sunt frecvent utilizate în tehnica de prelucrare automată a datelor (în special sistemul de numerație octal și hexazecimal). În ceea ce privește sistemul de numerație zecimal acesta este cu precădere utilizat în anumite faze ale operațiilor de intrare-ieșire.

### 3.1.1. SISTEMUL DE NUMERAȚIE ZECIMAL

Acest sistem este un sistem de numerație ***pozițional*** care se utilizează cel mai frecvent. Conform *tabelului 1.1.*, sistemul zecimal utilizează ***10 caractere*** (cifre) și are baza ***10***, deoarece pentru reprezentarea unui număr în acest sistem sunt premise 10 caractere.

Un număr din sistemul zecimal se reprezintă printr-un șir de cifre în care fiecare dintre pozițiile cifrelor are o anumită ***pondere***.

Ponderea unei poziții este egală cu ***10 la putere*** data de ***numărul de ordine*** al poziției respective.

Numărul de ordine al poziției este pozitiv pentru partea întreagă a numărului zecimal și negativ pentru partea fracționară a numărului zecimal.

Valoarea numărului de ordine pentru partea întreagă este ***0*** pentru ***unități***, ***1*** pentru ***zeci***, ***2*** pentru ***sute***, ***3*** pentru ***mii*** etc.

Valoarea numărului de ordine pentru partea zecimală este ***-1*** pentru ***unități***, ***-2*** pentru ***zeci***, ***-3*** pentru ***sute***, ***-4*** pentru ***mii*** etc.

**Valoarea unui număr zecimal este suma ponderată a cifrelor sale.**

**Exemple de numere scrise în sistemul zecimal:**

1. 
2. 

### 3.1.2. SISTEMUL DE NUMERAȚIE BINAR

Acest sistem este un sistem de numerație ***pozițional*** care utilizează ***2*** caractere (***0*** și ***1***) și are baza ***2***.

Caracterele utilizate în sistemul binar se numesc ***cifre binare*** sau ***biți*.**

Un grup de ***4 biți*** formează ***o tetradă***, de ***8 biți*** formează ***un octet*** sau ***1 byte****,* de ***16 biți***formează un ***semicuvânt***, de ***32 biți*** formează ***un cuvânt***, iar de ***64 biți*** formează ***un cuvânt dublu***.

Bitul cel mai din ***stânga*** al unui număr binar se numește ***bitul de cel mai mare ordin*** sau ***bitul cel mai semnificativ*** (***MSB – most significant bit***).

Bitul cel mai din ***dreapta*** al unui număr binar se numește ***bitul de cel mai mic ordin*** sau ***bitul cel mai puțin semnificativ*** (***LSB – least significant bit***).

Un număr binar este format dintr-un șir de caractere ***0*** sau ***1***.

Reprezentarea unui număr ***binar******în echivalentul zecimal*** este asemănătoare cu reprezentarea numărului zecimal cu deosebirea că se schimbă ponderea din ***10*** în ***2***.

**CODUL BCD**

Codul BCD, numit și codul 8421 permite scrierea cifrelor de la 0 la 9 în sistemul binar, utilizând pentru fiecare cifră un ansamblu de ***4 cifre binare*** (4 biți), (*Tabelul 1.2.*)

*Tabelul 1.2.*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ZECIMAL | Cod **BCD** | | | | ZECIMAL |
|  |  |  |  |
| **0** | 0 | 0 | 0 | 0 |  |
| **1** | 0 | 0 | 0 | **1** |  |
| **2** | 0 | 0 | **1** | 0 |  |
| **3** | 0 | 0 | **1** | **1** |  |
| **4** | 0 | **1** | 0 | 0 |  |
| **5** | 0 | **1** | 0 | **1** |  |
| **6** | 0 | **1** | **1** | 0 |  |
| **7** | 0 | **1** | **1** | **1** |  |
| **8** | **1** | 0 | 0 | 0 |  |
| **9** | **1** | 0 | 0 | **1** |  |

**Exemple de numere binare și echivalentele lor zecimale:**

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 

### SISTEMUL DE NUMERAȚIE OCTAL

Acest sistem de numerație utilizează ***8 caractere*** (*tabelul 1.1.*) și are baza ***8***.

La fiecare caracter din sistemul de numerație octal îi corespunde un șir de 3 biți (deoarece cu un șir de 3 biți se pot realiza 8 combinații), după cum este prezentat în *tabelul 1.3.*

Reprezentarea unui număr ***octal******în echivalentul zecimal*** este asemănătoare cu reprezentarea numărului zecimal cu deosebirea că se schimbă ponderea din ***10*** în ***8***.

*Tabelul 1.3.*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| OCTAL | BINAR | | | ZECIMAL |
|  |  |  |
| **0** | 0 | 0 | 0 |  |
| **1** | 0 | 0 | **1** |  |
| **2** | 0 | **1** | 0 |  |
| **3** | 0 | **1** | **1** |  |
| **4** | **1** | 0 | 0 |  |
| **5** | **1** | 0 | **1** |  |
| **6** | **1** | **1** | 0 |  |
| **7** | **1** | **1** | **1** |  |

**Exemple de numere octale și echivalentele lor zecimale:**

* 1. 
  2. 
  3. 
  4. 
  5. 
  6. 

### 3.1.4. SISTEMUL DE NUMERAȚIE HEXAZECIMAL

Acest sistem de numerație utilizează ***16 caractere*** (*tabelul 1.1.*) și are baza ***16***.

La fiecare caracter din sistemul de numerație hexazecimal îi corespunde un șir de 4 biți (deoarece cu un șir de 4 biți se pot realiza 16 combinații) după cum este prezentat în *tabelul 1.4..*

*Tabelul 1.4.*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| HEXA  ZECIMAL | BINAR | | | | ZECIMAL |
|  |  |  |  |
| **0** | 0 | 0 | 0 | 0 |  |
| **1** | 0 | 0 | 0 | **1** |  |
| **2** | 0 | 0 | **1** | 0 |  |
| **3** | 0 | 0 | **1** | **1** |  |
| **4** | 0 | **1** | 0 | 0 |  |
| **5** | 0 | **1** | 0 | **1** |  |
| **6** | 0 | **1** | **1** | 0 |  |
| **7** | 0 | **1** | **1** | **1** |  |
| **8** | **1** | 0 | 0 | 0 |  |
| **9** | **1** | 0 | 0 | **1** |  |
| **A** | **1** | 0 | **1** | 0 |  |
| **B** | **1** | 0 | **1** | **1** |  |
| **C** | **1** | **1** | 0 | 0 |  |
| **D** | **1** | **1** | 0 | **1** |  |
| **E** | **1** | **1** | **1** | 0 |  |
| **F** | **1** | **1** | **1** | **1** |  |

Reprezentarea unui număr ***hexazecimal******în echivalentul zecimal*** este asemănătoare cu reprezentarea numărului zecimal cu deosebirea că se schimbă ponderea din ***10*** în ***16***.

**Exemple de numere hexazecimale și echivalentele lor zecimale:**

* 1. 
  2. 
  3. 
  4. 
  5. 
  6. 

**3.2. CODURI DE REPREZENTARE INTERNĂ A DATELOR**

Reprezentarea datelor în calculatoare se realizează prin succesiuni de cifre binare. În aplicații practice se utilizează date și informații exprimate prin numere reale sau litere ale unui alfabet. De aceea este necesar ca datele externe să fie transformate într-o formă accesibilă calculatorului. Această operație se numește în limbaj informatic *codificare* și se realizează prin coduri de reprezentare internă a datelor.

Prin codificare se atribuie fiecărui caracter extern o secvență de cifre binare. Pentru a se reveni la formatul extern al datelor, la ieșirea din sistemul de calcul se aplică un proces de *decodificare.*

Cele mai utilizate coduri ponderate sunt date în *tabelul 1.5..*

***Codul 8421*** (zecimal-binar) are ca pondere puterile lui 2 . Fiecare tetradă binară reprezintă exprimarea unei cifre zecimale în sistemul binar.

***Codul 2421*** se caracterizează prin utilizarea ponderii 2 în două poziții din tetradă. Primele 5 numere au în poziția întâi cifra 0 iar următoarele 5 numere au în poziția întâi cifra 1. La codul ***2421*** codurile primelor 5 cifre sunt identice cu ale codului ***8421***. Codul pentru 5 se obține inversând codul pentru 4; la fel se obține 6 din 3; 7 din 2; 8 din 1 și 9 din 0. Codurile cu această proprietate se numesc coduri autocomplementare.

***Codul 5421*** se caracterizează prin aceea că cifrele zecimale se deosebesc de cifrele zecimale numai prin prima poziție (1 în locul lui 0).

*Tabelul 1.5. – Coduri numerice ponderate*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Cifra zecimală | CODUL 8421 | CODUL 2421 | CODUL 5421 |
| 0 | 0000 | 0000 | 0000 |
| 1 | 0001 | 0001 | 0001 |
| 2 | 0010 | 0010 | 0010 |
| 3 | 0011 | 0011 | 0011 |
| 4 | 0100 | 0100 | 0100 |
| 5 | 0101 | 1011 | 1000 |
| 6 | 0110 | 1100 | 1001 |
| 7 | 0111 | 1101 | 1010 |
| 8 | 1000 | 1110 | 1011 |
| 9 | 1001 | 1111 | 1100 |

***Codurile neponderate*** se caracterizează prin faptul că trecerea de la o cifră zecimală la următoarea se face prin modificarea unui singur rang binar în tetradă.

Cele mai utilizate coduri neponderate sunt prezentate în *tabelul 1.6..*

*Tabelul 1.6. – Coduri numerice neponderate*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Cifra zecimală | CODUL EXCES 3 | CODUL GRAY | CODUL 2 din 5 |
| 0 | 0011 | 0000 | 00011 |
| 1 | 0100 | 0001 | 00101 |
| 2 | 0101 | 0011 | 00110 |
| 3 | 0110 | 0010 | 01001 |
| 4 | 0111 | 0110 | 01010 |
| 5 | 1000 | 0111 | 01100 |
| 6 | 1001 | 0101 | 10001 |
| 7 | 1010 | 0100 | 10010 |
| 8 | 1011 | 1100 | 10100 |
| 9 | 1100 | 1101 | 11000 |

***Codul EXCES 3***se obține din codul 8421 prin adunarea la fiecare tetradă a cifrei 3 în binar (adică 0011). Cifrei 0 îi corespunde o secvență de biți semnificativi ceea ce permite a se face distincție între o locație de memorie liberă și o locație care înmagazinează cifra 1.

***Codul GRAY*** prezintă proprietatea de adiacență: trecerea de la o cifră zecimală la următoarea se face prin modificarea unui singur bit din cuvântul de cod. Acest cod este util în cazul mărimilor ce cresc succesiv.

În *tabelul 1.7.* este prezentat tabelul de adevăr al convertorului de cod **8421-GRAY**.

*Tabelul 1.7. – Tabelul de adevăr al convertorului de cod 8421-GRAY*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Număr hexazecimal | CODUL 8421 | | | | CODUL GRAY | | | |
| B3 | B2 | B1 | B0 | G3 | G2 | G1 | G0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 5 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 6 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 7 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 8 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 9 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 10 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 11 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 12 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 13 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 14 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 15 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

repetă primele *două*locații ale lui ,după care se reflectă din două în două locații.

repetă primele *patru*locații ale lui ,după care se reflectă din patru în patru locații.

repetă primele *opt*locații ale lui ,după care se reflectă din opt în opt locații.

repetălocații ale lui .

**Codul 2 din 5** se caracterizează printr-un cuvânt de cod de 5 biți, din care numai doi biți sunt 1. Se realizează astfel o unicitate a reprezentării deoarece numai 10 din cele 32 de configurații posibile pe 5 biți satisfac această condiție. Prin folosirea acestui cod se pot detecta erorile multiple apărute la transmiterea informației.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Codul 2 din 5** | | | | | |
| Zecimal | **24** | **23** | **22** | **21** | **20** |
| **0** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **1** | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| **2** | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| **3** | 0 | 0 | 0 | **1** | **1** |
| **4** | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| **5** | 0 | 0 | **1** | 0 | **1** |
| **6** | 0 | 0 | **1** | **1** | 0 |
| **7** | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| **8** | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **9** | 0 | **1** | 0 | 0 | **1** |
| **10** | 0 | **1** | 0 | **1** | 0 |
| **11** | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| **12** | 0 | **1** | **1** | 0 | 0 |
| **13** | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| **14** | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| **15** | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **16** | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **17** | **1** | 0 | 0 | 0 | **1** |
| **18** | **1** | 0 | 0 | **1** | 0 |
| **19** | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| **20** | **1** | 0 | **1** | 0 | 0 |
| **21** | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| **22** | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| **23** | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| **24** | **1** | **1** | 0 | 0 | 0 |
| **25** | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| **26** | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| **27** | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| **28** | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| **29** | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| **30** | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| **31** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

***Codurile alfanumerice*** conțin cifre, litere și semne speciale care se numesc caractere.

Cel mai utilizat cod alfanumeric este codul **ASCII** (The American Standard Code for Information Interchange – codul american standardizat pentru schimbul de informații).

Codul **ASCII** utilizează 7 biți pentru a codifica 128 de caractere diferite. Codul **ASCII** conține litere mari, litere mici, cifre, semne de punctuație și diverse caractere de comandă care nu se tipăresc.